

OSCILLATORE ARMONICO VERTICALE

Scopo dell'esperimento. Studiare mediante un sensore di movimento a ultrasuoni le oscillazioni libere e smorzate di un corpo agganciato ad una molla sospesa verticalmente.

Materiale occorrente.

- Sensore di movimento [Texas Instruments CBR \(sonar\)](#)
- Molla elicoidale ($k= 7 \text{ N/m}$)
- Sostegno da laboratorio
- Massa : gancio metallico da 100 g munito di due pesetti da 100 g ciascuno.
- Personal Computer con programma *Vernier LoggerPro*
- Interfaccia *Vernier LabPro*
- cilindro graduato grande con acqua
- disco di alluminio diametro 25 cm , massa 0.35 Kg

Premessa. Quando si aggancia una massa all'estremità inferiore di una molla, quest'ultima si allunga finché il peso applicato è bilanciato dalla forza elastica della molla. Se dopo aver raggiunto la condizione di equilibrio la molla viene un poco allungata e lasciata libera, il sistema massa-molla comincia ad oscillare con moto armonico semplice di periodo

$$(1) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

dove m è la massa del pesetto e k è la costante elastica della molla. La (1) permette, tra l'altro, di determinare k dalla misura del periodo di oscillazione della molla con un metodo, detto dinamico, diverso dall'usuale metodo statico basato sulla legge di Hooke. Se si indica con w la pulsazione (o frequenza angolare) del moto armonico, con A l'ampiezza massima di

oscillazione, lo spostamento $s(t)$, la velocità $v(t)$ e l'accelerazione $a(t)$ della massa sono definite dalle leggi :

$$(2) \quad s(t) = A \cos \omega t \quad v(t) = -\omega A \sin \omega t \quad a(t) = -\omega^2 A \cos \omega t$$

La velocità è legata allo spostamento s dalla relazione:

$$(3) \quad v(x) = \pm \omega \sqrt{A^2 - s^2}$$

Se si considera assente la resistenza dell'aria sulla massa agiscono la forza gravitazionale e la forza elastica della molla, che sono conservative. Perciò, si può applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$(4) \quad \frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} k x_i^2 + m g h_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} k x_f^2 + m g h_f$$

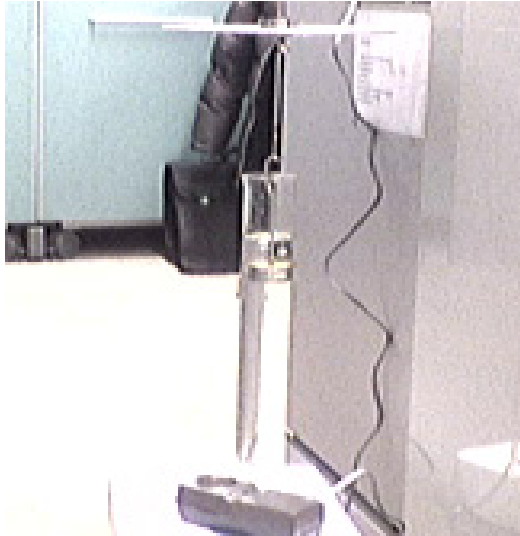
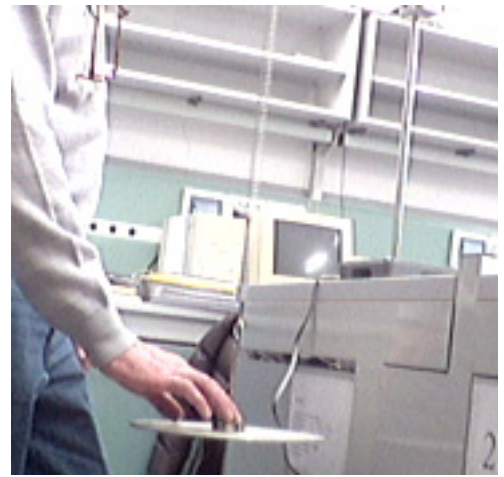
Tuttavia se si riferiscono tutte le misure alla posizione di equilibrio del sistema, azzerando il sonar quando alla molla è appesa la massa, si può "trascurare" la presenza dell'energia potenziale gravitazionale nel bilancio dell'energia meccanica. Allora il fenomeno è riconducibile all'oscillatore armonico orizzontale dove l'energia meccanica è data semplicemente dalla somma di un termine di energia cinetica ed uno di energia potenziale elastica.

L'esperimento è stato eseguito utilizzando un sistema di misura on-line costituito da un sensore di movimento ad ultrasuoni che trasmette i dati, tramite un'interfaccia, ad un computer dove vengono raccolti ed elaborati da un programma specifico.

Descrizione dell'esperimento. Appendere la molla all'asta di sostegno, per mezzo del morsetto. Agganciare il pesetto all'estremità inferiore della molla. Connettere il cavetto del sonar alla presa CH 1 sul lato sinistro del LabPro. Collegare il LabPro al computer con l'apposito cavetto.

Posizionare il sonar sul pavimento esattamente al di sotto della molla. La distanza tra il sonar e il punto più basso raggiunto dal sistema massa- molla non deve essere inferiore ai 50 cm. Avviare sul computer il programma LoggerPro ed impostare con le opzioni IMPOSTAZIONI-ACQUISIZIONE DATI-CAMPIONAMENTO un tempo di campionamento di 0.1 secondi per una durata complessiva della misurazione di 10 secondi. Prima di acquisire i dati azzerare il sensore con l'opzione ESPERIMENTO-AZZERAMENTO . Spostare leggermente il corpo appeso verso il basso dando inizio alle oscillazioni e far partire l'acquisizione dati. A fine acquisizione salvare il file di dati.

Se sotto alla massa che oscilla si fissa un disco di cartone, di plastica o di metallo del diametro di almeno una quindicina di cm è possibile effettuare una prova nella quale evidenziare lo smorzamento delle oscillazioni dovute all'attrito dell'aria. In tal caso l'acquisizione dei dati dovrà essere effettuata su un tempo più lungo, almeno 20 secondi.

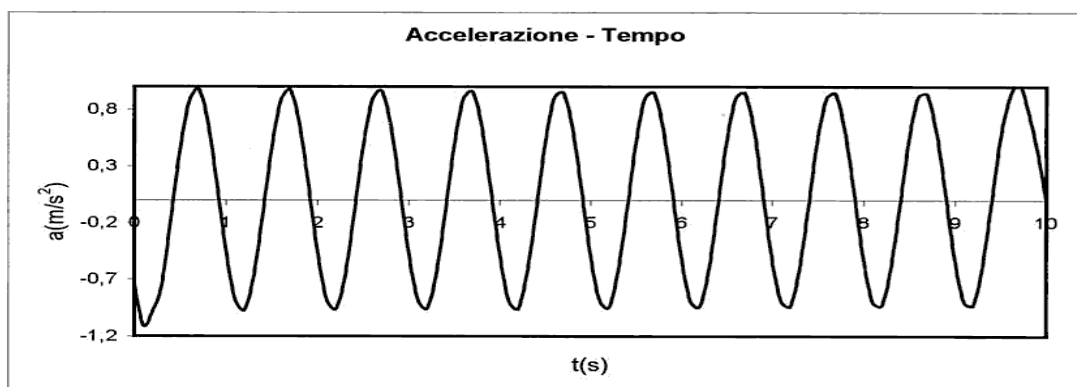
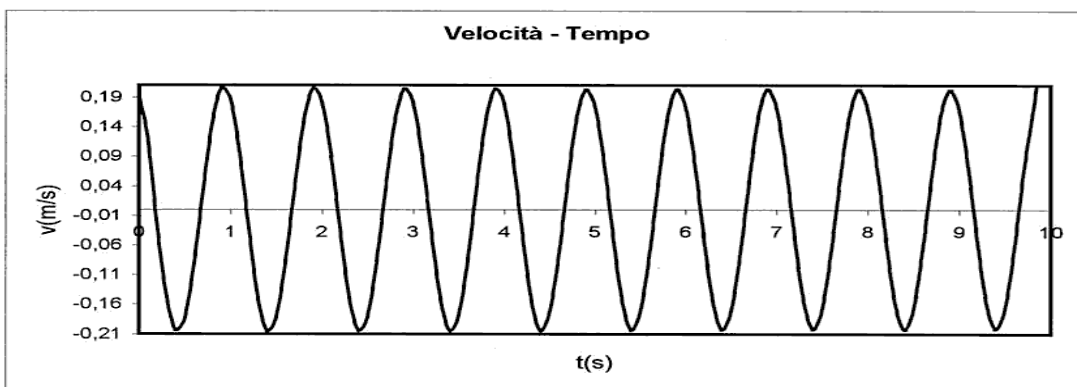
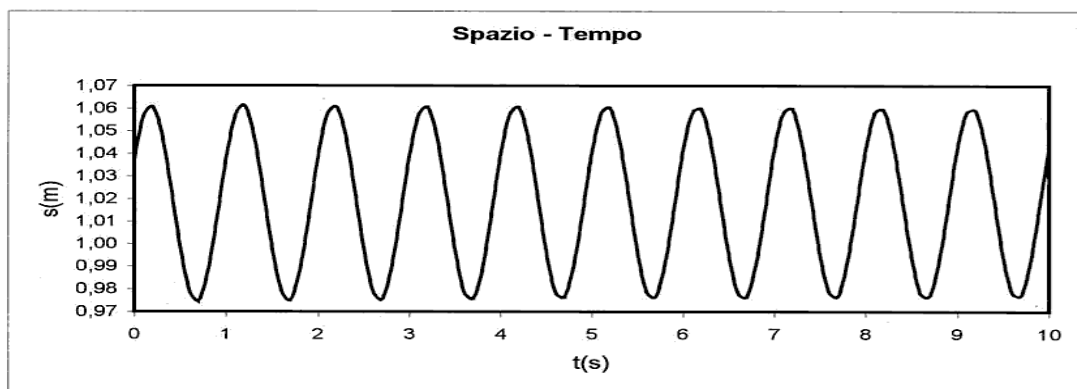


Se le oscillazioni avvengono con il pesetto immerso in acqua lo smorzamento sarà reso ancora più evidente; anche in tal caso è necessario fissare al sistema massa-molla un disco, ad esempio metallico, in modo da riflettere le onde ultrasoniche emesse dal sonar.

Esempi di misure.

Grafici $s-t$, $v-t$, $a-t$. I seguenti grafici, ottenuti dopo aver esportato i dati in Excel, si prestano ad alcune considerazioni.

Tutti mostrano un andamento sinusoidale come c'era da attendersi in base alla forma delle equazioni (2). Un confronto tra i grafici di posizione e accelerazione mostra la loro opposizione di fase. Invece osservando i grafici spostamento-velocità e velocità-accelerazione si osserva uno sfasamento di un quarto di periodo poichè una tale sfasamento trasforma una funzione seno in coseno. Le massime ampiezze delle sinusoidi, pressochè costanti, indicano che non è avvertibile lo smorzamento.



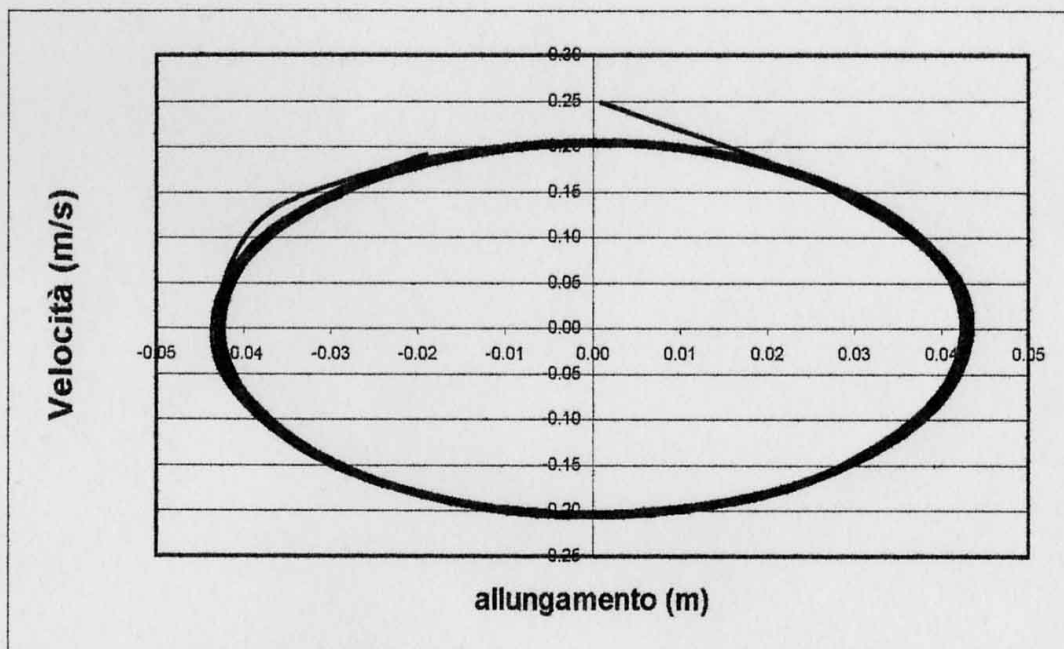
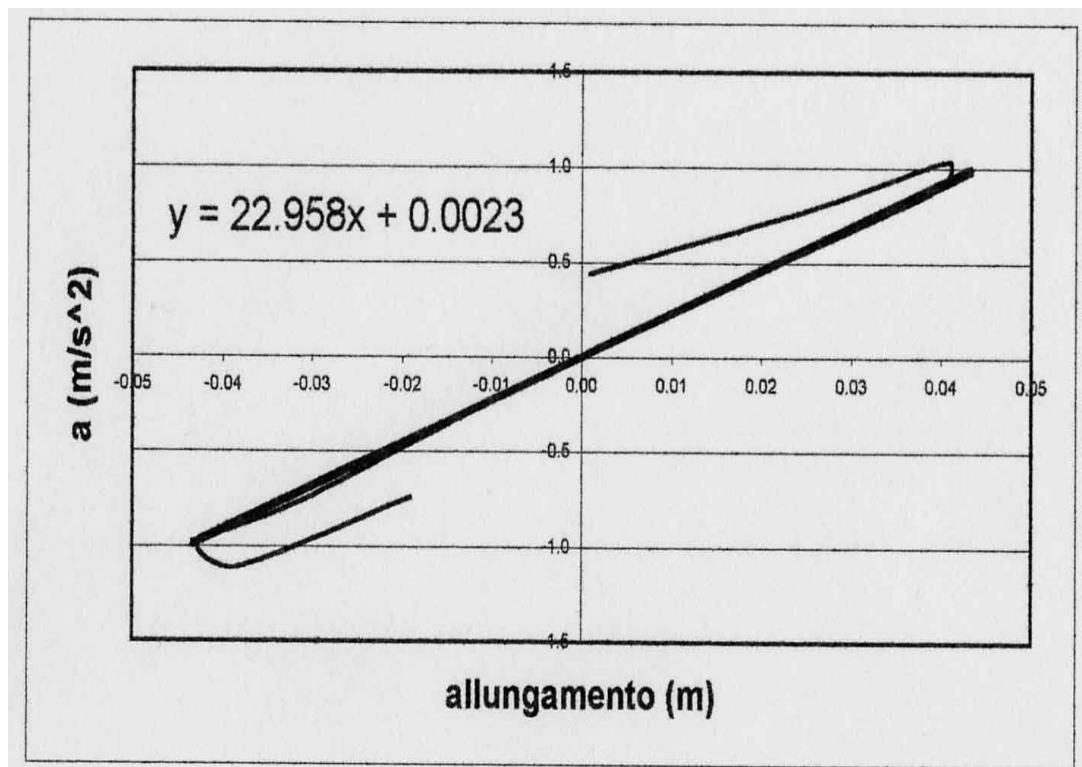


Grafico v-s. Una rappresentazione che mostra l'andamento della velocità in funzione dell'allungamento della molla, che richiama una descrizione del fenomeno nello spazio delle fasi, mostra una ellisse chiusa. Risulta evidente che la velocità è massima al centro di oscillazione, nulla agli estremi di oscillazione, positiva quando il

corpo si allontana dal centro di oscillazione, negativa quando si avvicina.

Grafico a-s. Il grafico è particolarmente importante poichè mostra una caratteristica fondamentale del moto armonico: la proporzionalità diretta tra la accelerazione e lo spostamento (allungamento). La pendenza della retta, e quindi la costante di proporzionalità, è la pulsazione al quadrato; dalla relazione che la lega alla costante elastica k e alla massa del corpo appeso m , $\omega^2 = k/m$, si può ricavare k . Nel grafico è indicata l'equazione della retta interpolatrice dalla quale si ricava, considerando che la massa del pesetto è di 0.3 Kg, che $k = 6.9$



N/m. Dal grafico si deduce, inoltre, che l'accelerazione è massima in valore assoluto agli estremi di oscillazione e nulla nel centro di oscillazione.

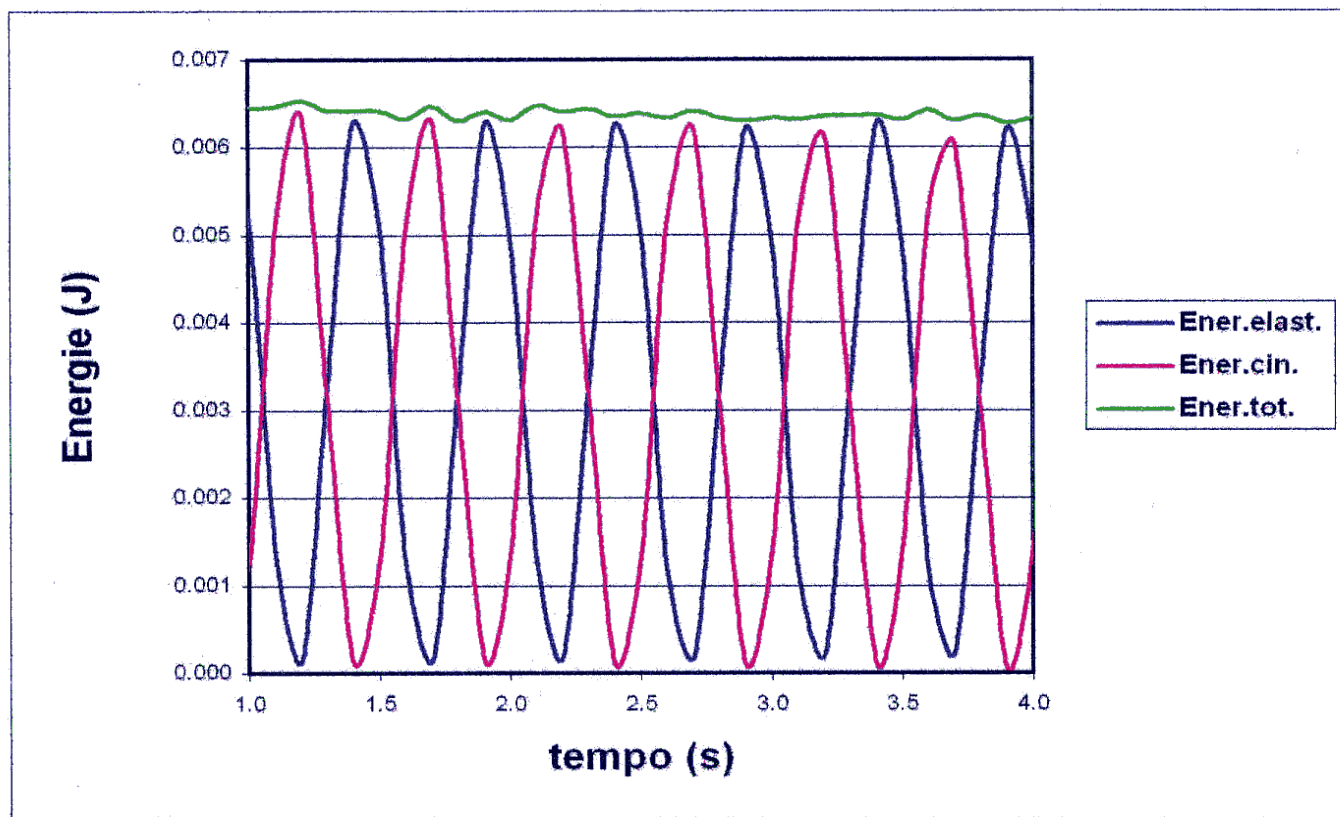
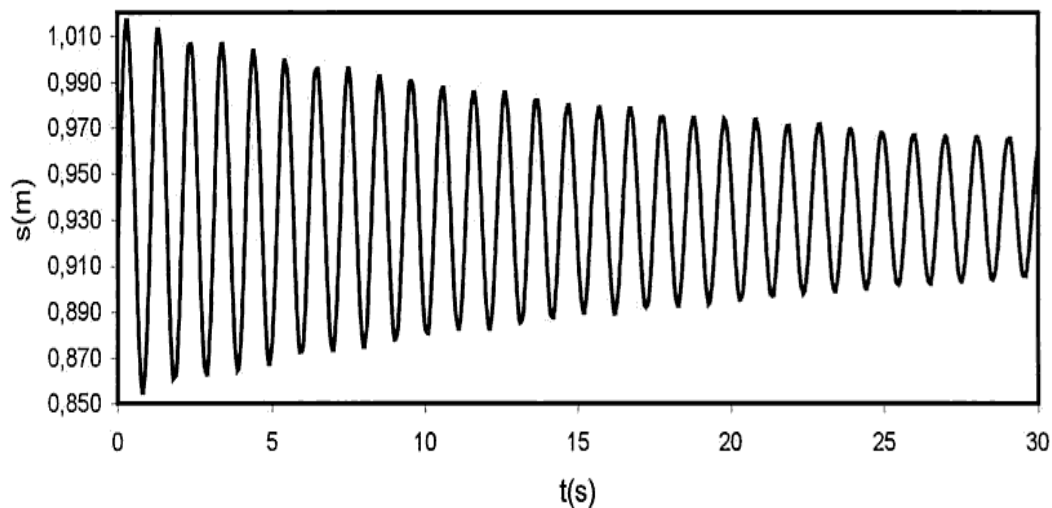


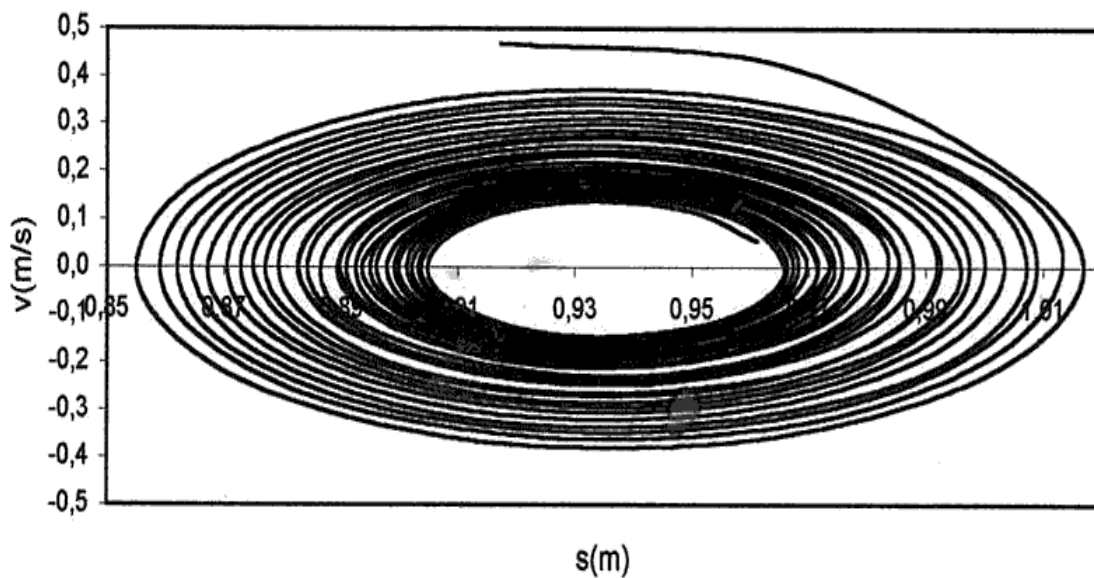
Grafico energie-tempo. Energia potenziale elastica, energia cinetica ed energia meccanica, in funzione del tempo per l'oscillatore armonico non smorzato. Da notare che tutte le energie sono positive e che l'inversione della curva tra energia potenziale elastica e cinetica è dovuta alla differenza di fase di 90 gradi tra lo spostamento (relativo all'energia elastica) e velocità (relativa all'energia cinetica).

Spazio - Tempo



Moto armonico smorzato grafico s-t. Nel grafico è evidente l'effetto dello smorzamento dovuto all'azione delle forze di attrito.

Velocità - Spazio



Moto armonico smorzato grafico v-s. Il confronto del grafico con l'analogo del moto non smorzato mostra in modo evidente il ruolo svolto dall'attrito: in presenza di smorzamento l'andamento è spiraleggiante.